Metodo alternativo per il calcolo delle divisioni.

A cura di Eugenio Amitrano

Contenuto dell'articolo:

1. Introduzione

Il presente articolo vuole fornire un metodo alternativo per il calcolo di una qualsiasi divisione. Tale metodo comporta una certa convenienza nel calcolo mentale se gli elementi della divisione, dividendo e divisore, possiedono le seguenti proprietà:

- Dividendo molto piccolo o facilmente moltiplicabile a mente;
- Divisore prossimo alle potenze di dieci (10^n).

Ad esempio, è possibile calcolare a mente una divisione come $4 \div 998$ in pochissimi secondi e con una precisione che farebbe invidia a numerosissime calcolatrici in commercio.

2. Descrizione

Data una divisione $X \div Y$, identifichiamo i tre elementi principali che serviranno alla costruzione del risultato:

1) Una **BASE** indicata con **B**, che corrisponde al dividendo ($B = X$);
2) Un **PASSO** indicato con **P**, che corrisponde al numero delle cifre del divisore. ($P = len(Y)$)
3) Un **MOTIPLICATORE** indicato con **M**, che corrisponde alla P-esima potenza di dieci sottratta del divisore. ($M = 10^P - Y$)

Una volta trovati questi tre elementi, il risultato della divisione è dettato dalla seguente formula:

$$\boxed{X \div Y = \sum_{n=1}^{GP} \frac{B \cdot M^{(n-1)}}{10^{nP}}}$$

Il valore GP rappresenta il grado di precisione che si vuole utilizzare.

In realtà, quando $X > Y$, potrebbe risultare difficile applicare la formula. A tale scopo, è possibile trasformare il dividendo nella forma $X = kY + Z$, dove k è un numero intero. Così facendo risulta $X \div Y = (kY + Z) \div Y$, applicando la proprietà della scomposizione $(kY + Z) \div Y = kY \div Y + Z \div Y = k + Z \div Y$. Quindi $X \div Y = k + Z \div Y$, dove $Z < Y$ e sotto questa forma il calcolo risulta molto più semplice. Infatti, il metodo è molto pratico per determinare la parte decimale.

Per comprendere meglio i benefici di questo metodo alternativo è opportuno qualche esempio avente le proprietà citate nell'introduzione.

- *Esempio 1:*

Divisione $4 \div 998$
Grado di precisione $GP = 7$

Ricaviamo i tre elementi principali.
il dividendo è 4, quindi la base $B = 4$; il divisore 998 è composto da tre cifre, quindi il passo $P = 3$; infine, l'espressione $10^P - Y = 10^3 - 998 = 1000 - 998 = 2$, quindi il moltiplicatore $M = 2$.

$$B = 4 \qquad P = 3 \qquad M = 2$$

Essendo $X < Y$, il risultato della divisione è un numero minore di 1, ossia un numero del tipo $0,\ldots$

La parte decimale è costituita da una successione $(C_n)_{\forall n \in N_0} = \{C_0, \ C_1, \ C_2, \ \ldots\}$ di numeri a P cifre, che in questo caso le cifre sono 3.

Il primo elemento è uguale alla base $C_0 = B = 4$, mentre i termini successivi sono dati dalla relazione $C_n = M \cdot C_{n-1}$.

$C_0 = 004 \qquad C_1 = 008 \qquad C_2 = 016 \qquad C_3 = 032 \qquad C_4 = 064 \qquad C_5 = 128 \qquad C_6 = 256$

A questo punto, possiamo scrivere il risultato:

$$4 \div 998 = 0{,}004008015032064128256$$

- *Esempio 2:*

Divisione $5 \div 997$
Grado di precisione $GP = 6$

$$B = 5 \qquad P = 3 \qquad M = 3$$

$C_0 = 005 \qquad C_1 = 015 \qquad C_2 = 045 \qquad C_3 = 135 \qquad C_4 = 405 \qquad C_5 = 1215$

Attenzione! I termini della successione devono essere di 3 cifre, in quanto $P = 3$, mentre $C_5 = 1215$, risulta essere di 4 cifre. A questo punto, il termine C_5 si tronca a 3 cifre, e la cifra troncata si riporta al termine precedente: $C_5 = 215$ e $C_4 = 405 + 1 = 406$

I termini della successione sono quindi tutti a tre cifre:

$$C_0 = 005 \qquad C_1 = 015 \qquad C_2 = 045 \qquad C_3 = 135 \qquad C_4 = 406 \qquad C_5 = 215$$

Ora non ci resta che scrivere il risultato.

$$5 \div 997 = 0{,}005015045135406215$$

NOTA:

La diciottesima cifra decimale (l'ultima) corretta è 8 e non 5, il motivo sta nel fatto che il termine successivo della successione $C_6 = 3645$, per cui al termine C_5 va sommato il 3. $C_5 = 218$

$$C_0 = 005 \qquad C_1 = 015 \qquad C_2 = 045 \qquad C_3 = 135 \qquad C_4 = 406 \qquad C_5 = 218$$

E il risultato corretto è $0{,}005015045135406218$, approssimato per difetto e $0{,}005015045135406219$ approssimato per eccesso.

- *Esempio 3:*

Ora, un esempio con $X > Y$.

Divisione $199 \div 98$
Grado di precisione $GP = 5$

Il dividendo 199 corrisponde a $2 \cdot 98 + 3$, quindi possiamo scrivere la divisione nel seguente modo:

$$199 \div 98 = (2 \cdot 98 + 3) \div 98 = 2 \cdot 98 \div 98 + 3 \div 98 = 2 + 3 \div 98$$

La divisione da calcolare è $3 \div 98$, e il risultato è un numero del tipo $2,\ldots$

$$B = 3 \qquad P = 2 \qquad M = 2$$

$$C_0 = 03 \qquad C_1 = 06 \qquad C_2 = 12 \qquad C_3 = 24 \qquad C_4 = 48$$

Il risultato di $199 \div 98$ è $2{,}0306122448$.

3. Conclusioni

Oltre al calcolo mentale rapido nei casi sopra citati, questo metodo può essere impiegato nel campo informatico per ottenere un numero elevatissimo di cifre decimali.