

Osservazioni sulla Congettura di Gilbreath

A cura di
Prof. Annarita Tulumello
(<http://www.gruppoeratostene.com/>)

Con la collaborazione di
Eugenio Amitrano
(<http://www.atuttoportale.it/>)

Contenuti dell'articolo:

	Titolo	Pag.
➤	Congettura di Gilbreath	2
➤	Osservazioni	3
➤	Riferimenti	3



Conggettura di Gilbreath

La Conggettura di Gilbreath ad oggi è un problema aperto della matematica. Il nome della congettura è attribuito a *Norman L. Gilbreath*, esperto informatico e mago dilettante, che nel 1958 descrisse una particolare caratteristica dei numeri primi.

A partire dalla sequenza dei numeri primi, Gilbreath verificò che tutte le sequenze successive, che si ricavano dal modulo della differenza di tutti i termini con il proprio precedente, hanno come primo elemento sempre il numero 1.

Partiamo dalla sequenza dei numeri primi:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, ...

Ricaviamo i termini della prima sequenza successiva calcolando il modulo della differenza di ogni elemento con il suo precedente:

$$|3 - 2| = 1$$

$$|5 - 3| = 2$$

$$|7 - 5| = 2$$

$$|11 - 7| = 4$$

...

La sequenza che se ne ricava è la seguente:

n.1: 1, 2, 2, 4, 2, 4, 2, 4, 6, 2, ...

Come si può notare il primo termine è il numero 1. A questo punto, ricaviamo le sequenze successive applicando lo stesso metodo:

n.2: 1, 0, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 4, ...

n.3: 1, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 2, ...

n.4: 1, 2, 0, 0, 0, 0, 2, ...

n.5: 1, 2, 0, 0, 0, 2, ...

n.6: 1, 2, 0, 0, 2, ...

...

L'ipotesi di Gilbreath afferma che il primo termine di queste sequenze sarà sempre uguale a 1, ad eccezione della sequenza originale dei numeri primi.

Le prove sperimentali condotte dal prof. *Andrew M. Odlyzko* (School of Mathematics, University of Minnesota) hanno verificato la validità della congettura per i numeri primi fino al valore di 10^{13} , e molti matematici ritengono che sia valida per tutti i numeri primi.

Osservazioni

Osserviamo che il primo valore della prima sequenza è 1, poiché corrisponde alla differenza tra i due numeri primi 2 e 3, e questo valore rimane costante in tutte le righe successive. Tutti gli altri valori, in tutte le righe successive alla prima (in particolare nella seconda) sono numeri pari, e precisamente le differenze tra due numeri primi dispari consecutivi, vedi congettura di Polignac (*Rif. 1*) e dei numeri primi gemelli con differenza 2 che nella terza riga diventa già nulla.

Le differenze tra p_n e p_{n+1} non possono superare il quadrato del logaritmo di p_n , vedi congettura di Cramer-Shank di cui abbiamo proposto una dimostrazione (*Rif. 2*), Congettura di Andrica (*Rif. 3*) e della congettura di Legendre (*Rif. 4 / Rif. 5*)

La congettura di Gilbreath, dal punto di vista delle differenze tra numeri primi consecutivi, sarebbe dimostrata come conseguenza della congettura di Cramer-Shank. Le differenze massime, tra due numeri primi consecutivi, saranno le ultime a raggiungere il valore zero nelle righe successive, viceversa, le differenze minime di due unità ($p_{n+1} - p_n = 2$), per i numeri primi gemelli, diventano zero già alla terza riga.

Nonostante tutto, la congettura di Gilbreath non perde il suo fascino, a 52 anni di età sa ancora stupire e proprio come i giochi di magia lascia il suo pubblico a bocca aperta.

Riferimenti

1. **“Goldbach, Twin Primes and Polignac Equivalent RH”** – R.Turco, M.Colonnese, M.Nardelli, G.Di Maria, F.Di Noto, A.Tulumello – *Gruppo Eratostene*, “Articoli su Goldbach”
2. **“Proposta di dimostrazione della Congettura di Cramer-Shank”** – R.Turco, M.Colonnese, M.Nardelli, G.Di Maria, F.Di Noto, A.Tulumello – *Gruppo Eratostene*, “Articoli sulla teoria dei numeri”
3. **“Proposta di dimostrazione della Congettura di Andrica”** – R.Turco, M.Colonnese, M.Nardelli, G.Di Maria, F.Di Noto, A.Tulumello – *Gruppo Eratostene*, “Articoli sui numeri primi”
4. **“The Landau’s prime numbers and the Legendre’s conjecture”** – R.Turco, M.Colonnese, M.Nardelli, G.Di Maria, F.Di Noto, A.Tulumello – *Gruppo Eratostene*, “Articoli sui numeri primi”
5. **“Soluzione unificata per alcune congetture sul numero di primi in un certo intervallo”** – A.Tulumello Tulumello – *Gruppo Eratostene*, “Articoli sui numeri primi”